



**Identificação de propriedades de triângulos (D9) e resolução de problemas a partir das relações métricas no triângulo retângulo, sob o olhar de Paulo Freire: “Ensinar exige querer bem aos educandos”**

**PROFESSORAS(ES) DE ANOS FINAIS – MATEMÁTICA**  
**EMTI**

**29 de setembro de 2021**



Escola de Formação de Educadores do Recife  
Professor Paulo Freire



# BEM-VINDAS (OS)!

Estimados (as) professores (as),

Temos o prazer em recebê-los/as para que possamos juntos/as vivenciarmos as atividades formativas de 2021. Entendemos as dificuldades que este momento nos traz, no entanto, precisamos seguir firmes e, pensando nisso, elaboramos para vocês momentos de estudos e reflexões bastante prazerosos e significativos que fortalecerá nossa atuação profissional.

Aproveitamos para desejar saúde a todas e todos.



Coordenação de  
Formação EFER



Prof. Formador  
Arthur Filgueiras



Prof. Formador  
Luciano Pereira

*"A Diversidade Sexual na Escola Freireana:  
aceitação dos mundos e rejeição da discriminação"*



Ma. REGINA GOUVEIA  
MEDIAÇÃO  
GTES - EFER



DR. SALMÃO AZIZ  
MPPE



Dr. IRAN MELO  
NUQUEER - UFRPE



Ma. DAYANNA LOUISE  
UNERGS - SEE

**Data: 30 de setembro de 2021**

**Horário: 18h30 às 21h**

**Inscrições: <https://forms.gle/1HDy3z5EkRRBUPUQ9>**

**ACESSO LIBERADO  
AO LINK DO GOOGLE MEET A PARTIR DAS 18h15.**

**Link será disponibilizado no site  
<http://www.recife.pe.gov.br/efaerpaulofreire/>  
1 hora antes do evento.**

# MOMENTO DELEITE



[https://www.youtube.com/watch?v=\\_3evVQsq85U](https://www.youtube.com/watch?v=_3evVQsq85U)

Olá, professor/a, vamos iniciar nosso encontro virtual assistindo o vídeo – “Maurício Manieri - Primavera (Vai Chuva)”.

Click no link e assista ao vídeo



[https://www.youtube.com/watch?v=\\_3evVQsq85U](https://www.youtube.com/watch?v=_3evVQsq85U)

ESTIMADO(A) PROFESSOR(A)  
da Rede Municipal de Ensino do Recife:

**BEM-VINDO(A)  
AO NOSSO ENCONTRO VIRTUAL!**

Nesta formação, refletiremos sobre a prática docente através do diálogo com o pensamento de Paulo Freire e o ensino da Matemática. Dialogar com Freire na formação de professores e professoras é indispensável para a compreensão de mundo, que é também, indispensável à Matemática. Nossa temática será **Identificação de propriedades de triângulos (D3) e resolução de problemas a partir das relações métricas no triângulo retângulo (D9), sob o olhar de Paulo Freire: “Ensinar exige querer bem aos educandos”**. Nesse sentido, o percurso metodológico prevê uma discussão sobre a resolução de problemas em consonância com a metodologia sugerida.

Bons estudos!

# APRESENTAÇÃO

SETEMBRO/2021



Escola de Formação de Educadores do Recife  
Professor Paulo Freire



# OBJETIVOS DA FORMAÇÃO

**Para este momento de estudo trabalharemos com os seguintes objetivos:**

- Refletir sobre a importância de estratégias de ensino que abordem problemas que envolvam a identificação das propriedades de triângulos pela comparação das medidas de lados ou ângulos.
- Discutir procedimentos pedagógicos de resolução de problemas a partir das relações métricas no triângulo retângulo.
- Promover reflexão sobre a concepção da pedagogia freireana e quais as implicações na atuação docente para o desenvolvimento do ensino da Matemática.

# EFER FORMAÇÃO CONTINUADA DIGITAL PERCURSO

Aqui, apresentamos o percurso de atividades e reflexões que você encontrará nesta formação.

- Apresentação do encontro;
- Momento Deleite;
- Vídeo;
- Reflexão da prática pedagógica;
- Discussão teórico-metodológica;
- Pensando estratégias: Vivência de atividades práticas articuladas ao tema;
- Avaliação da formação (**link será disponibilizado no chat**).

# POLÍTICA DE ENSINO DA RMER

Você já conhece os livros da nossa Política de Ensino e sabe que todas as formações em rede são integradas a ela, não é mesmo?

Deixamos o link para consulta:

**CLIQUE AQUI**

[http://www.recife.pe.gov.br/ef\\_aerpaulofreire/politica-de-Ensino](http://www.recife.pe.gov.br/ef_aerpaulofreire/politica-de-Ensino)



**A Matriz Curricular de nossa Política de Ensino está revisada de acordo com a BNCC (2017).**

# RETOMADA DO ENCONTRO ANTERIOR



## QUE TAL ARTICULAMOS NOSSAS DISCUSSÕES COM UMA ATIVIDADE PRÁTICA?

- Vamos socializar a dinâmica para o ensino de resolução de problemas envolvendo grandezas proporcionais e sequências que foram debatidos no encontro anterior.

<https://poweredtemplate.com/pt/clip-art-animado-pessoas-que-trabalham-em-computadores-52756/>

# RETOMADA DO ENCONTRO ANTERIOR

Sequência não-recursiva: qual é a quantidade de quadradinhos da figura 6?

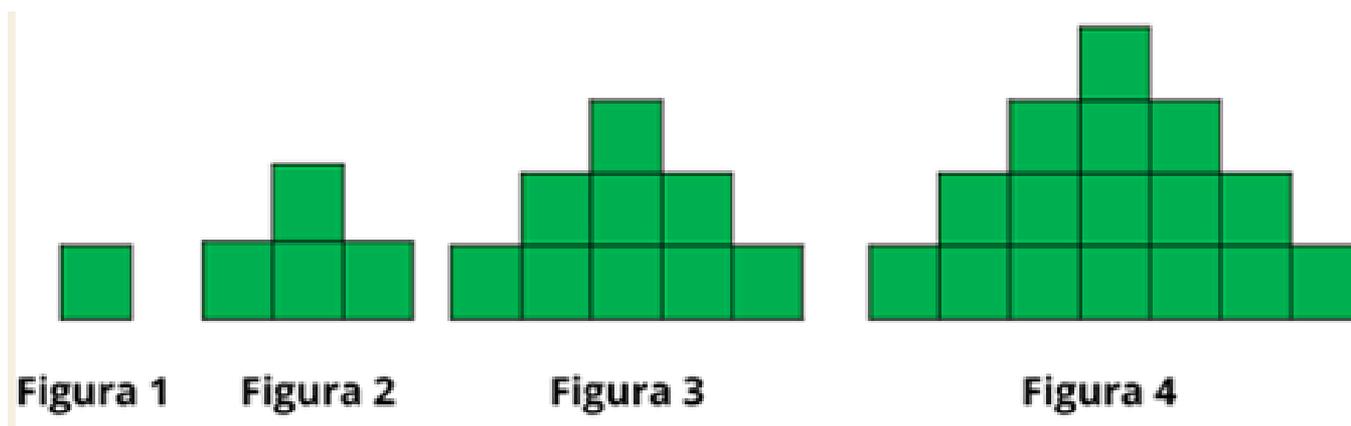


Figura 1:  $1^2 = 1$

Figura 2:  $2^2 = 4$

Figura 3:  $3^2 = 9$

Figura 4:  $4^2 = 16$

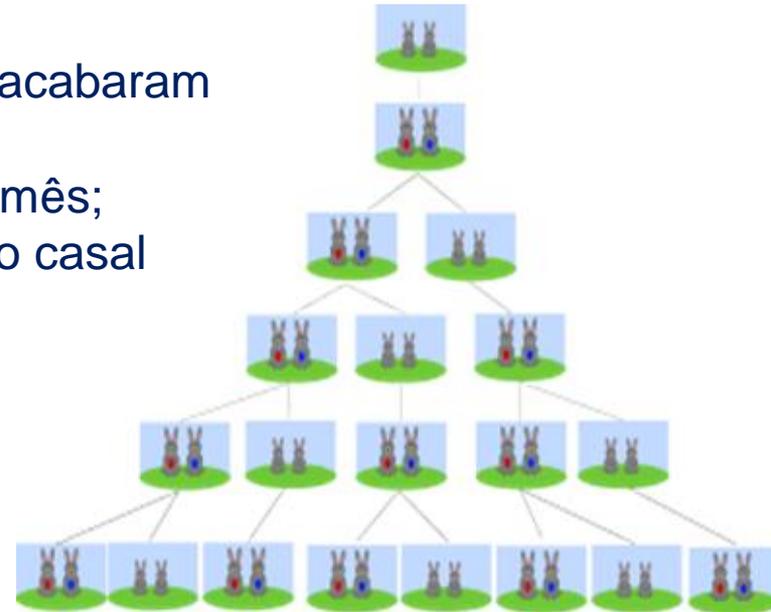
# RETOMADA DO ENCONTRO ANTERIOR

Sequência de Fibonacci: observação do crescimento de uma população de coelhos. Os números dessa sequência descrevem a quantidade de casais de coelhos após  $n$  meses, considerando as seguintes informações:

- no primeiro mês, temos um casal de coelhos que acabaram de nascer;
- um casal atinge a fase reprodutiva ao final de um mês;
- ao atingir a fase reprodutiva, cada casal gera outro casal de coelhos por mês;
- o período de gestação dura um mês;
- nenhum coelho morre durante o ano.

Qual é a sequência de Fibonacci?

**1,1,2,3,5,8,...**



Fonte: <https://rodriguesdorea.wordpress.com/2020/07/22/sequencias-recursivas-e-nao-recursivas/>

# DISCUSSÃO TEÓRICO- METODOLÓGICA

“Ensinar exige querer bem aos educandos” – Pedagogia da Autonomia, de autoria de Paulo Freire

Para acessar ao vídeo clique no link abaixo:



<https://www.youtube.com/watch?v=exJoxXz8dxg>

Registre suas observações para discussão no momento da interação digital.

# DISCUSSÃO TEÓRICO- METODOLÓGICA

## TEORIA DE VAN HIELE APLICADA AO ENSINO DAS PROPRIEDADES DOS TRIÂNGULOS QUANTO AO NÚMERO DE LADOS E DE ÂNGULOS

Refere-se ao ensino e aprendizagem da Geometria. Esta teoria, desenvolvida nos anos 50, propõe uma progressão na aprendizagem deste tópico através de cinco níveis cada vez mais complexos. Esta progressão é determinada pelo ensino. Assim, o professor tem um papel fundamental ao definir as tarefas adequadas para os alunos progredirem para níveis superiores de pensamento. Sem experiências adequadas, o seu progresso através dos níveis é fortemente limitado (PONTE, SERRAZINA, 2021, p.1).

# DISCUSSÃO TEÓRICO- METODOLÓGICA

## TEORIA DE VAN HIELE APLICADA AO ENSINO DAS PROPRIEDADES DOS TRIÂNGULOS QUANTO AO NÚMERO DE LADOS E DE ÂNGULOS

Nível 1 → Reconhecimento. Os alunos identificam as figuras visualmente por sua aparência global. Reconhecem, descrevem, comparam e classificam os polígonos através de suas formas, mas não identificam as propriedades existentes.

Nível 2 → Análise. Os alunos começam a analisar as propriedades das figuras através de comparação e aprendem a simbologia adequada para descrevê-las, mas não conseguem correlacionar figuras ou propriedades das mesmas. Raciocinam através de uma análise informal a partir da observação e experiência.

Nível 3 → Ordenação. Os alunos estabelecem uma ordenação lógica das propriedades de figuras por meio de curtas sequências de dedução e compreendem as correlações entre as figuras. O aluno neste nível não compreende o significado de uma dedução ou dos axiomas.

(FONTE: SANTOS, SANT'ANNA, 2021)

# DISCUSSÃO TEÓRICO-METODOLÓGICA

Nível 4 → Dedução. Os alunos começam a desenvolver sequências mais longas de enunciados e a entender a significância da dedução, o papel dos axiomas, teoremas e provas. A realização de conjecturas e esforços iniciados é espontânea. Um aluno neste nível pode construir provas, não apenas memorizá-las.

Nível 5 → Rigor. Os alunos apresentam a capacidade de compreender demonstrações formais. São capazes de entender axiomas, mesmo na ausência de modelos concretos.

O modelo de van Hiele conduz o aluno ao nível da visualização de um conceito geométrico, em seguida ao nível da análise, depois ao da ordenação lógica, mais adiante ao nível da dedução e, por fim, a atingir o nível do rigor da conceituação. Neste ponto, o aluno torna-se capaz de entender e relacionar conceitos abstratos.

(FONTE: SANTOS, SANT'ANNA, 2021)

# DISCUSSÃO TEÓRICO- METODOLÓGICA

**Fases de aprendizagem para organizar o ensino de acordo com o modelo sugerido por Van Hiele (SANTOS, SANT'ANNA, 2021)**

Fase 1 → Informação/interrogação. O professor deve identificar os conhecimentos prévios que os alunos possuem sobre o assunto a ser trabalhado.

Fase 2 → Orientação dirigida. O ensino precisa ser direcionado através de atividades concretas, que respeitem uma sequência didática.

Fase 3 → Explicação. Esta fase é baseada em experiências anteriores, os alunos devem ser capazes de expressar através da linguagem oral ou escrita os resultados obtidos a partir de suas experiências e argumentar sobre estas com o professor e os outros alunos.

# DISCUSSÃO TEÓRICO- METODOLÓGICA

**Fases de aprendizagem para organizar o ensino de acordo com o modelo sugerido por Van Hiele (SANTOS, SANT'ANNA, 2021)**

Fase 4 → Orientação livre. Os estudantes devem utilizar os conhecimentos adquiridos para resolver atividades e problemas diferentes dos anteriores.

Fase 5 → Integração. Os alunos reveem e sintetizam o que aprenderam com o objetivo de formar uma visão geral e uma nova rede interna de conhecimentos aprendidos.

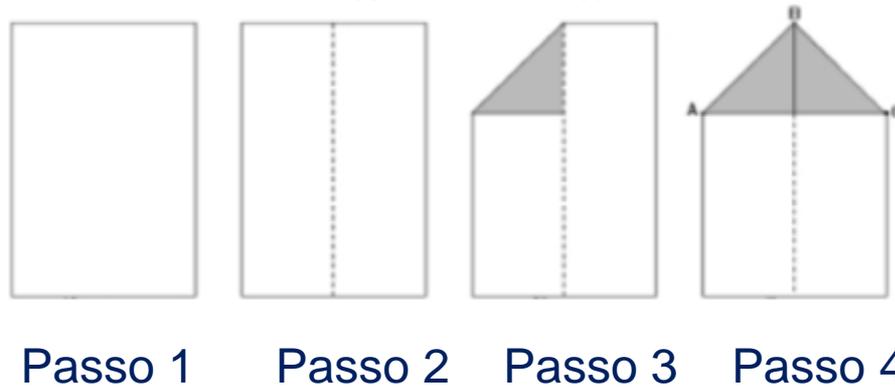
# HORA DE PRATICAR

**Vejamos a seguir, uma proposta de atividade problematizadora para explorar as propriedades de triângulos a partir da observação dos lados e ângulos construídos com apenas uma folha de papel.**

# HORA DE PRATICAR

## D3 – Identificar propriedades de triângulos pela comparação de medidas de lados e ângulos

Para fazer um aviãozinho, Felipe tomou uma folha retangular de papel e observou os passos indicados nas figuras a seguir:



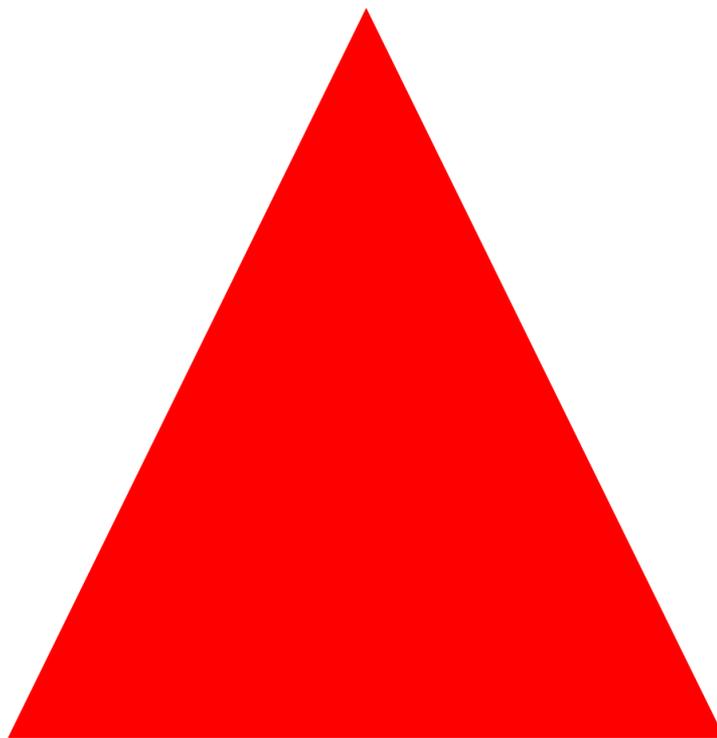
O triângulo ABC é

- a) retângulo e escaleno.
- b) retângulo e isósceles.
- c) acutângulo e escaleno.
- d) acutângulo e isósceles.

# HORA DE PRATICAR

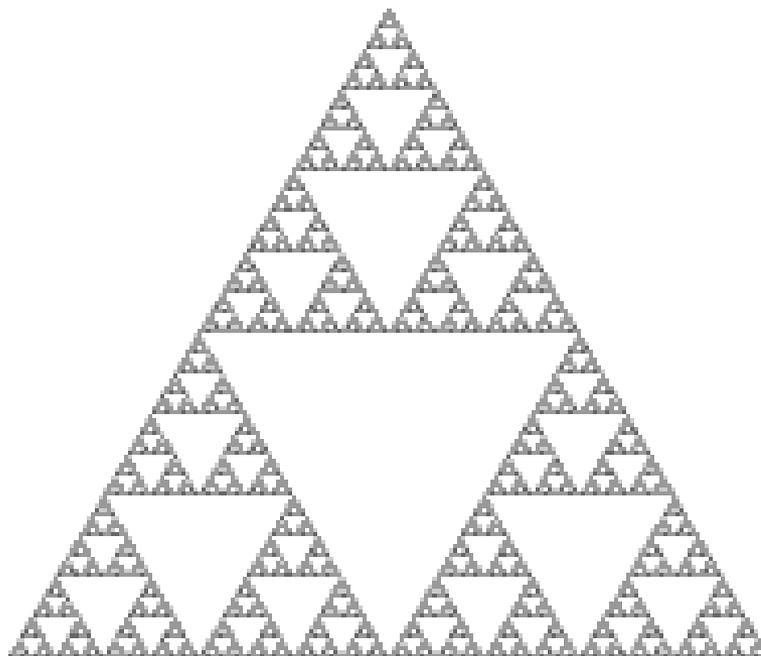
**Vejamos a seguir, uma proposta de atividade que segue a quarta fase de aprendizagem segundo a teoria de van Hiele. Nela, você irá trabalhar com a malha triangular para explorar as propriedades de triângulos a partir da observação dos lados e ângulos construídos no fractal geométrico.**

# O TRIÂNGULO DE SIERPINSK



[https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Animated\\_construction\\_of\\_Sierpinski\\_Triangle.gif](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Animated_construction_of_Sierpinski_Triangle.gif)

# O TRIÂNGULO DE SIERPINSK



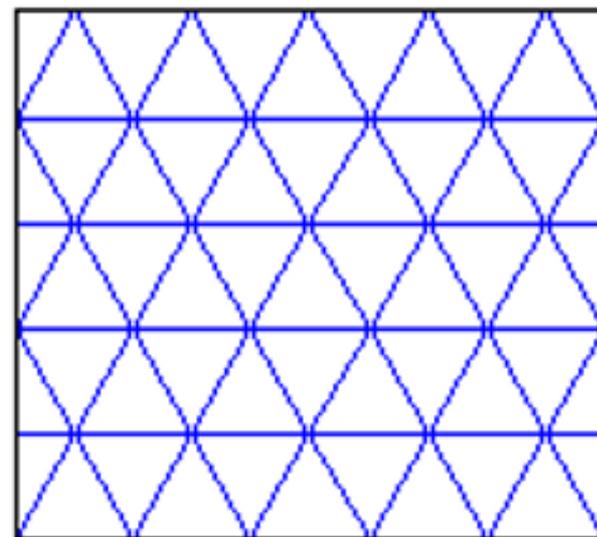
<https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Sierpinski-zoom4-ani.gif>

# HORA DE PRATICAR

## PROPRIEDADES DE TRIÂNGULOS A PARTIR DA COMPARAÇÃO DE MEDIDAS DE LADOS E ÂNGULOS

Instruções para construção do fractal - Triângulo de Sierpinski:

- Construa na malha triangular um triângulo equilátero de lado 16.
- Marque o ponto médio de cada um de seus lados.
- Construa segmentos unindo esses pontos médios.
- Quantos triângulos você possui agora?
- Para cada triângulo, exceto o do centro da figura, marque o ponto médio de cada um de seus lados e construa segmentos unindo esses pontos médios.
- Repita a operação quantas vezes o desenho permitir.



Fonte: RODRIGUES, 2015, p.83-84)

# VAMOS COLOCAR A MÃO NA MASSA?

**Propomos a você que elabore uma dinâmica para o ensino das propriedades dos triângulos através da comparação de lados e ângulos segundo as fases de aprendizagem segundo Van Hiele, a partir de Metodologias Ativas apresentada em nossos encontros formativos. Usaremos a ferramenta Jamboard nessa dinâmica.**



<https://www.google.com/search?q=m%C3%A3o+na+massa&safe=active&sxsr>

# VEJAMOS UM EXEMPLO...

## Um exemplo de ilustração das fases de aprendizagem para o conceito de retângulo

Fases de aprendizagem	Exemplos de tarefa
<b>Fase 1: Informação</b>	O professor mostra aos alunos diversos retângulos e pergunta-lhes se são ou não retângulos. Os alunos são capazes de dizer se uma dada figura é ou não retângulo, mas as razões apresentadas serão apenas de percepção visual.
<b>Fase 2: Orientação guiada</b>	Realizam-se outras atividades sobre retângulos. Por exemplos, dobrar um retângulo segundo os seus eixos de simetria; desenhar um retângulo no geoplano que tenha as diagonais iguais, construir um maior e um menor.
<b>Fase 3: Explicitação</b>	As atividades anteriores são seguidas por uma discussão entre os alunos sobre o que descobriram.
<b>Fase 4: Orientação</b>	O professor coloca o problema de construir um retângulo a partir de dois triângulos.
<b>Fase 5: integração</b>	Os alunos reveem e resumem o que aprenderam sobre as propriedades do retângulo. O professor ajuda a fazer a síntese.

# VEJAMOS UM EXEMPLO...

## Na Teoria de van Hiele



Que tipo de figura é esta?

**Nível 1:** “Parece um telhado de uma casa, só que de cabeça pra baixo.”, “Parece um triângulo.”

**Nível 2:** “É uma figura fechada, de três lados, com dois lados compridos e um curto; e um ângulo reto.”

**Nível 3:** “É um triângulo retângulo com três lados diferentes.” (mínimo de propriedades)

**Nível 4:** “É um triângulo retângulo e isso pode ser provado porque eu sei que a figura tem um ângulo interno de 90 graus.” (demonstração)

# VAMOS COLOCAR A MÃO NA MASSA?

NESTE MOMENTO, IREMOS ACESSAR O SITE  
PARA UM JOGO QUE ABORDA AS  
PROPRIEDADES DE UM TRIÂNGULO DE  
ACORDO COM SEU NÚMERO DE LADOS E DE  
ÂNGULOS.

Click no link e entre no site



<https://wordwall.net/pt/resource/16661775/que-tri%C3%A2ngulo-sou-eu->

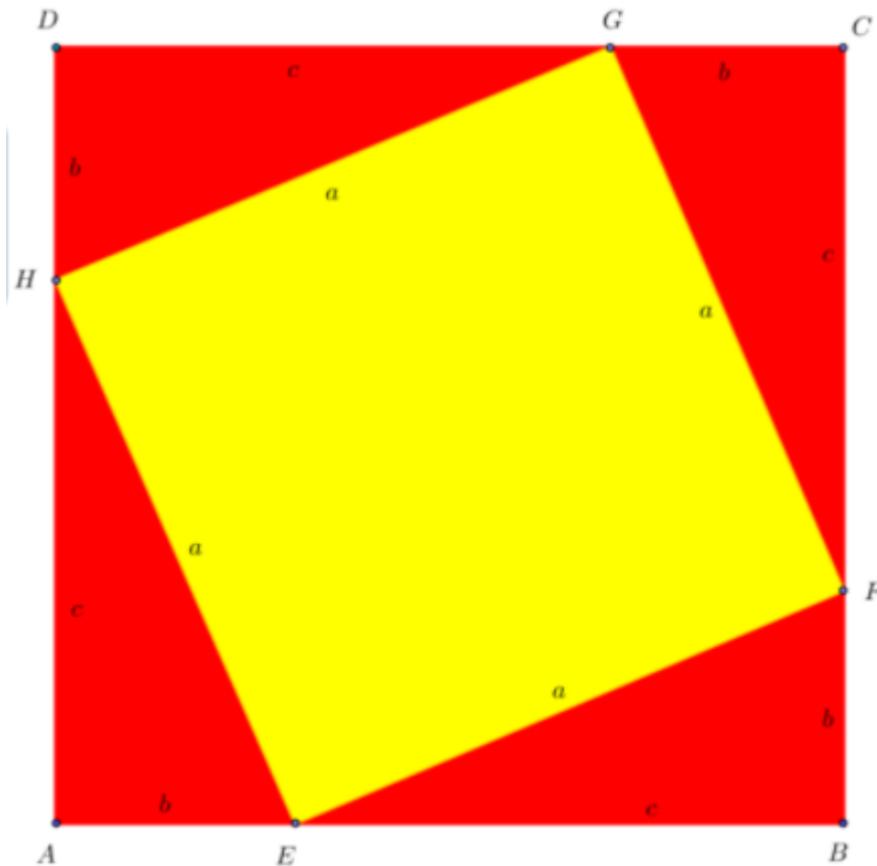
# VEJAMOS UM EXEMPLO...

## DEDUÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS COM RECORTES

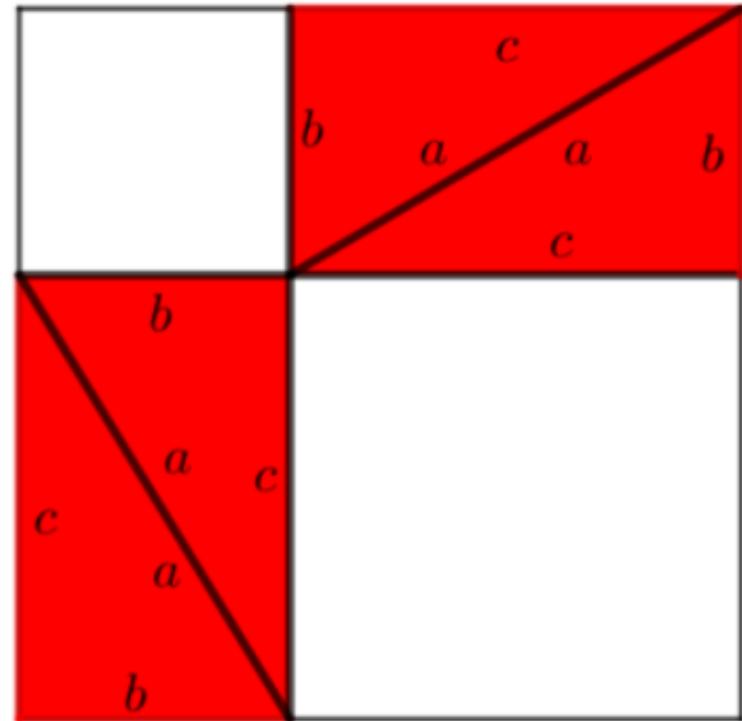
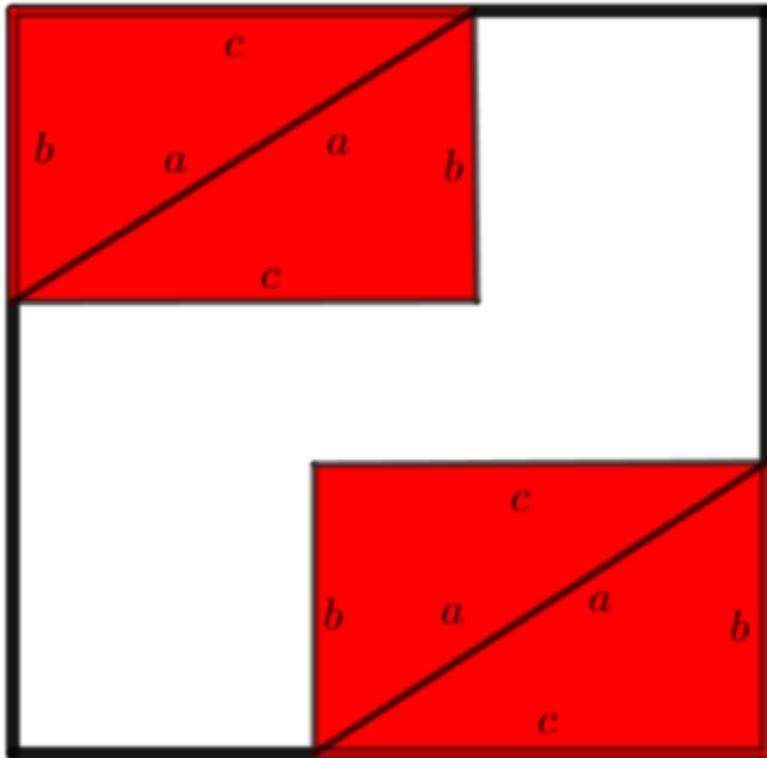
Siga as etapas seguintes:

- Construa em papel cartão ou EVA dois quadrados congruentes, **ABCD** e **MNOP**, com lado de medida qualquer.
- No quadrado **ABCD**, a partir do vértice **A**, marque quatro pontos, **E**, **F**, **G** e **H** a uma distância **b** de cada vértice, no sentido anti-horário. Chame de **c** a outra medida que compõe o lado do quadrado, de modo que **AB = b + c**.
- Com régua e lápis, una os pontos **E**, **F**, **G** e **H**, nessa ordem, obtendo assim quatro triângulos retângulos, pinte-os todos de uma mesma cor (Na figura seguinte usamos vermelho). Esses triângulos são congruentes?
- Chame de **a** a medida da hipotenusa dos triângulos retângulos formados sobre os vértices do quadrado. Veja figura seguinte.

# VEJAMOS UM EXEMPLO...



# VEJAMOS UM EXEMPLO...



# VAMOS COLOCAR A MÃO NA MASSA?

NESTE MOMENTO, IREMOS ACESSAR O SITE  
PARA UM JOGO QUE ABORDA O TEOREMA  
DE PITÁGORAS.

Click no link e entre no site



<https://www.mangahigh.com/pt-br/games/pyramidpanic>

# AVALIAÇÃO DO ENCONTRO

## Vamos fazer a avaliação do nosso encontro?

Parabéns! Você chegou ao final da formação com o tema **Identificação de propriedades de triângulos (D9) e resolução de problemas a partir das relações métricas no triângulo retângulo, sob o olhar de Paulo Freire: “Ensinar exige querer bem aos educandos”**. Sua avaliação será muito importante para sabermos o que a formação potencializou em seus conhecimentos pedagógicos e quais aspectos precisam melhorar, dentre outras questões, para que nossos momentos formativos sejam cada vez melhores.

**Link da avaliação disponível no chat.  
Participe!**

# SISTEMATIZAÇÃO DOS SABERES CONSTRUÍDOS NA FORMAÇÃO

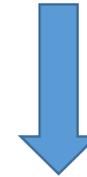


**O QUE VOCÊ VAI LEVAR PARA SUA PRÁTICA?**

Nos dê um feedback.

Entre em contato, socialize suas ideias,

Dúvidas ou sugestões fale conosco através do e-mail.

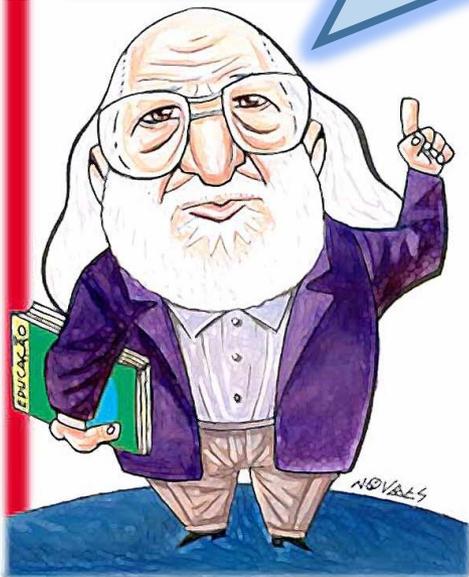


**matematica.formacaoefer@educ.rec.br**

Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/849350810965628169/>

# AGRADECEMOS A SUA PARTICIPAÇÃO!

Aproveitamos para agradecer sua participação e empenho na construção das atividades.



**QUE TAL LER TEXTOS DIALOGANDO COM A MATEMÁTICA?**

**“O ENSINO DE GEOMETRIA E A TEORIA DE VAN HIELE: UMA ABORDAGEM ATRAVÉS DO LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA NO 8º ANO DA EDUCAÇÃO BÁSICA”**

[https://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd2\\_marcele\\_santos.pdf](https://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd2_marcele_santos.pdf)

Fonte: <https://novacharges.wordpress.com/2008/10/22/paulo-freire-frases-de-um-educador/>

SETEMBRO/2021



Escola de Formação de Educadores do Recife  
Professor Paulo Freire



# REFERÊNCIAS

ENSINAR EXIGE QUERER BEM AOS EDUCANDOS. **Pedagogia da autonomia**. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=exJoxXz8dxg>>. Acesso em: 27 jul. 2021.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários a prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2004.

MANGAHIGH. **Teorema de Pitágoras**. Disponível em: <https://www.mangahigh.com/pt-br/games/pyramidpanic>. Acesso em: 1 set. 2021

MAURÍCIO MANIERI. **Primavera (Vai chuva)**. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=3evVQsq85U>>. Acesso em: 16 set. 2021.

RECIFE. Secretaria de Educação. **Política de Ensino da Rede Municipal do Recife**: Ensino Fundamental do 1º ao 9º ano Currículo revisitado de acordo com a BNCC. Organização: Alexsandra Félix de Lima Sousa, Jacira Maria L'Amour Barreto de Barros e Nyrluce Marília Alves da Silva – Recife: Secretaria de Educação, 2021.

# REFERÊNCIAS

PONTE, SERRAZINA. **Didáctica da Matemática do 1º ciclo**. Disponíveis em: <https://www.esev.ipv.pt/mat1ciclo/tarefas/Teoria%20de%20van%20Hiele.pdf>. Acesso em: 1 set. 2021.

Rodrigues, Schirlane dos Santos Aguiar. **A teoria de van Hiele aplicada aos triângulos**: uma sequência didática para o 8º ano do ensino fundamental. Campos dos Goytacazes, 2015. 125 f. : il. Dissertação (Mestrado em Matemática) -- Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2015. Disponível em: <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/24072015Schirlane-dos-Santos-Aguiar-Rodrigues.pdf> . Acesso em: 1 set. 2021.

SANTOS, SANT'ANNA. **O Ensino de geometria e a teoria de Van Hiele: uma abordagem através do laboratório de ensino de matemática no 8º ano da educação básica**. Disponível em: [https://www.ufjf.br/ebapem2015/files/2015/10/gd2\\_marcele\\_santos.pdf](https://www.ufjf.br/ebapem2015/files/2015/10/gd2_marcele_santos.pdf) . Acesso em: 1 set. 2021.

WORDWALL. **Que triângulo sou eu?** Disponível em: <https://wordwall.net/pt/resource/16661775/que-tri%C3%A2ngulo-sou-eu-> . Acesso em: 1 set. 2021



Escola de Formação de Educadores do Recife  
Professor Paulo Freire



## **100 ANOS DE PAULO FREIRE: o pensar na educação para além do espaço escolar**

PREFEITURA DO RECIFE  
Secretaria de Educação  
Secretaria Executiva de Gestão Pedagógica  
Escola de Formação de Educadores do Recife Professor Paulo Freire  
Rua Real da Torre, 229, Madalena, Recife/PE - CEP: 50.610-000  
Tel: 81 3355-5851/ 3355-5856  
<http://www.recife.pe.gov.br/efaerpaulofreire>